ارائه‌ی الگوریتمی اصلاحی برای روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی به منظور محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها★

بهروز کشته‌گر[۱]　　محمود میری[۲]　　ناصر شابختی[۳]

چکیده *در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها محاسبه‌ی صحیح شاخص قابلیت اعتماد بسیار حائز اهمیت است. به‌علت ماهیت غیرخطی و هم‌چنین داشتن چندین نقطه کمینه‌ی موضعی در برخی از توابع شرایط حدی، روش‌های محاسباتی قابلیت اعتماد، ممکن است برآورد مناسبی از احتمال خرابی ارائه ندهند و به سمت این نقاط کمینه‌ی موضعی همگرا گردند. در این مقاله، ابتدا فرمولاسیون گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه‌شده توسط Fletcher & Reeves (FR) و Dai & Yuan (DY) برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد بیان و سپس کارایی و همگرایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی برای مثال‌های مختلفی بررسی شده است. از آن‌جایی که روش‌های ارائه‌شده‌ی گرادیان مزدوج FR و DY در برخی از این مثال‌ها همگرا نشده‌اند لذا طی یک الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی، یک روش جدید اصلاح‌شده گرادیان مزدوج غیر خطی به نحوی که بتوان به‌طور مناسب همگرایی مسائل قابلیت اعتماد را تضمین نمود، ارائه‌شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که روش‌های جدید گرادیان مزدوج غیرخطی اصلاح‌شده، نسبت به روش‌های قدیمی با سرعت و تعداد تکرار کم‌تری همگرا شده و از کارایی و دقت کافی جهت محاسبه احتمال خرابی سازه‌ها، برخوردار هستند.*

واژه‌های کلیدی روش بهینه‌سازی، گرادیان مزدوج غیرخطی، شاخص قابلیت اعتماد، روش ترکیبی بهینه‌سازی، احتمال خرابی.

A proposed Improve Algorithm for Nonlinear Conjugate Gradient Optimization Methods the Objective of the Computation of Structural Reliability Index

B. Keshtegar　　M. Miri　　N. Shabakhty

Abstract *Accurate calculation of reliability index is very important for the reliability analysis of structures. In some limit state functions with nonlinear characteristic and several local optimum design points, the computational reliability methods may not appropriately determine the failure probability, and iterative reliability approaches may be converged to local optimum design points. In this paper, formulation of nonlinear conjugate gradient methods such as: Fletcher & Reeves (FR) and Dai & Yuan (DY) were proposed for computing the reliability index. Then, the efficiency, capacity and robustness of the conjugate gradient were investigated through several reliability problems. The FR and DY algorithms were diverged in some examples. Therefore, a new modified nonlinear conjugate gradient method was proposed by using the hybrid optimization algorithm to ensure accurate convergence of reliability index. The results illustrated that the modified nonlinear conjugate gradient methods were converged with less run-times and number of iterations in comparison with the FR and DY methods, and robust, efficient and stable algorithms are to calculate the structural failure probability.*

Key Words Optimization Method, Nonlinear Conjugate Gradient, Reliability Index, Hybrid Optimization Method, Failure Probability

---

★ تاریخ دریافت مقاله ۸۹/۸/۳۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/۶/۳۰ می‌باشد.

(۱)نویسنده‌ی مسؤول: دانشجوی دکتری سازه، دانشکده‌ی مهندسی، گروه عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان.

(۲)استادیار، دانشکده‌ی مهندسی، گروه عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان.

(۳)استادیار، دانشکده‌ی مهندسی، گروه عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان.

مقدمه

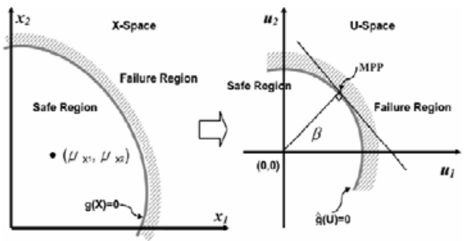
سیستم‌های مهندسی، غالباً شامل یک سری عدم اطمینان‌ها از جمله عدم قطعیت در مدل به‌علت عدم‌تطابق مدل تحلیلی و مدل اجرایی، عدم‌اطمینان به‌علت عوامل انسانی و طبیعی که معمولاً در حین طراحی، محاسبه، ساخت و بهره‌برداری یک سیستم ایجاد می‌شوند و عدم قطعیت به‌علت جنبه‌های ناشناخته‌ی یک سازه برخوردار می‌باشد. تعدادی از این عدم‌اطمینان‌ها را می‌توان به‌کمک روش‌های آماری و احتمالاتی مورد بررسی قرار داد. در طراحی مقاومت اعضا نظیر مدل ارتجاعی یک عضو، بارهای وارد بر سیستم مانند بار مرده، زنده، برف و بار زلزله و... و همین‌طور ابعاد مدل سازه‌ی تحلیلی که ممکن است با سازه واقعی انطباق نداشته باشد، همگی عدم‌اطمینان وجود دارد. هم‌چنین ممکن است مشخصه‌های آماری مانند میانگین و واریانس داده‌های حاصل از آیین‌نامه که برای طراحی و تحلیل مورد استفاده قرار می‌گیرد با شرایط منطقه و جامعه آماری درنظرگرفته‌شده منطبق نباشد. از این‌رو، تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها می‌تواند یکی از تکنیک‌های مناسب برای ارزیابی این عدم‌اطمینان‌ها باشد که براساس تعریف تابع شرایط حدی خرابی یک عضو سازه‌ای انواع عدم‌قطعیت‌ها را در مدل تحلیلی درنظر گرفت و در مورد امکان قابلیت بهره‌برداری آن عضو سازه تصمیم‌گیری نمود.

روش اولین مرتبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد، روشی بسیار توانا برای تعیین احتمال خرابی سازه می‌باشد. این روش در سال ۱۹۷٤ توسط Hasofer و Lind جهت تعیین شاخص قابلیت اعتماد (β) بیان شد [1]. بنا به تعریف Hasofer و Lind کم‌ترین فاصله‌ی تابع شرایط حدی تا مبدأ در دستگاه نرمال استاندارد، شاخص قابلیت اعتماد معرفی شد. به‌طور کلی فضایی با n متغیر تصادفی مستقل با توزیع احتمال نرمال و تابع شرایط حدی $G(X) = G(\{x_1, x_2, ..., x_n\}^T)$، متغیرهای تصادفی در فضای نرمال استاندارد به‌صورت زیر انتقال می‌یابند:

$$u_i = \frac{(x_i - \mu_{x_i})}{\sigma_{x_i}} \qquad (۱)$$

که μ_{x_i} و σ_{x_i} به‌ترتیب مقدار میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی x_i و u_i متغیر تصادفی توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و انحراف معیار واحد می‌باشند. فاصله‌ی هندسی هر نقطه روی تابع شرایط حدی تا مبدأ در فضای نرمال استاندارد یک عدد صحیح است که وابسته به مقدار میانگین و انحراف معیار آن نقطه دارد (شکل ۱)، لذا براساس تعریف شاخص قابلیت اعتماد را می‌توان به‌عنوان یک مسأله‌ی بهینه‌سازی به‌صورت زیر نوشت:

$$\beta = \min_{U\in G(U)=0} (U^T.U)^{1/2} \qquad (۲)$$



شکل ۱ نمایش شاخص قابلیت اعتماد HL [2]

از این‌رو، احتمال خرابی براساس رابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$P_f = P[G(R-Q) < 0] = \int_{G(R-Q)\le 0} f_X(X)dX$$
$$P_f = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) \qquad (۳)$$

در رابطه‌ی فوق P_f احتمال خرابی سازه Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد، $G(U)$ تابع شرایط حدی در فضای نرمال استاندارد، $G(U) < 0$ ناحیه‌ی خرابی (ناحیه‌ای که بار وارد بر آن بیش‌تر از مقاومت سازه است) و $f_X(X)$ تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی پایه X می‌باشد. براساس بسط تیلور تابع شرایط حدی در فضای نرمال استاندارد حول نقطه‌ی

طراحی، مقدار شاخص قابلیت اعتماد توسط Hasofer و Lind محاسبه شد. عیب روش Hasofer و Lind این است که براساس رابطه‌ی (۱)، فقط توانایی تحلیل متغیرهای تصادفی نرمال را دارد. برای متغیرهای تصادفی که ممکن است توزیع احتمال غیر نرمال داشته باشند، Rakwitz روش Hasofer و Lind را به‌نحوی بهبود بخشید که با حفظ ماهیت توزیع متغیر تصادفی، بتوان تابع توزیع را در نقطه‌ی طراحی نرمال درنظر گرفت [3]. او روابط زیر را برای محاسبه‌ی مقدار معادل میانگین و انحراف معیار توابع توزیع غیر نرمال ارائه نمود.

$$\sigma_x^e = \frac{1}{f_X(x^*)}\phi[\Phi^{-1}\{F_X(x^*)\}] \quad (٤)$$

$$\mu_x^e = x^* - \sigma_x^e \Phi^{-1}[F_X(x^*)] \quad (٥)$$

در روابط فوق ϕ مقدار تابع توزیع احتمال نرمال و $F_X(x^*)$ و $f_X(x^*)$ به‌ترتیب مقدار تابع توزیع احتمال تجمعی و تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی x در نقطه x^* و μ_x^e و σ_x^e به‌ترتیب مقدار میانگین و انحراف معیار معادل نرمال می‌باشد.

چندین روش بهینه‌سازی ریاضی از جمله بردار گرادیان، ضرایب لاگرانژ و روش Rakwitz توسط Liu و Kiureghian برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد ارائه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند [4]. با حذف نوسانات نقطه‌ی طراحی در همگرایی بردار طراحی، روش Rakwitz برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد، توسط Lee. O. J. و همکاران بهبود بخشیده شد [5]. آن‌ها بردار طراحی جدید را براساس میانگین‌گیری از بردار طراحی قبلی و بردار طراحی جدید به‌دست‌آمده از الگوریتم Rakwitz بهبود بخشیدند. G. Cheng et al یک روش مؤثر برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد براساس روش بهینه‌سازی برنامه‌ریزی غیرخطی ارائه نمودند [6].

در این تحقیق ابتدا بنا به تعریف Hasofer و Lind فرمولاسیون گرادیان مزدوج برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد ارائه می‌گردد. دو روش گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه‌شده توسط Reeves & Fletcher [7] و Dai & Yuan [8] که در این مقاله تحت عنوان FR و DY می‌شناسیم، ارائه گردیده است. به‌علت تجمع خطای بردار امتداد جستجو روش‌های گرادیان مزدوج، ممکن است واگرا گردد. از این‌رو، براساس الگوریتم بهینه‌سازی ترکیبی جدیدی روش‌های FR و DY بهبود بخشیده شده است. کارایی روش‌های FR و DY و روش‌های اصلاح‌شده‌ی آن‌ها با ذکر چندین مثال سازه‌ای بررسی شده است. کارایی و توانایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی جدید با روش‌های قدیمی مقایسه می‌گردد.

فرمولاسیون گرادیان مزدوج غیرخطی FR و DY

تابع طراحی در فضای نرمال استاندارد هر مسأله قابلیت اعتماد متشکل از تمامی متغیرهای تصادفی در قید مسأله، به‌صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$f(U) = \frac{1}{2}(U^T U)^2 + \xi G(U) \quad , \quad \beta = (U^T U)^{1/2} \quad (٦)$$

که در آن ξ ضریب جریمه تابع شرایط حدی می‌باشد. براساس رابطه‌ی ریاضی فوق مقدار ضریب جریمه به مقادیر متغیرهای تصادفی وابسته است و در هر گام تکرار به‌صورت دینامیکی تعریف می‌گردد. شرایط لازم برای کمینه کردن تابع فوق این است که مشتق تابع نسبت به متغیرهای تصادفی برابر با صفر گردد لذا مقدار ضریب جریمه به‌صورت زیر نوشته می‌شود [9].

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f(U)}{\partial U_i} = 0 \Rightarrow U_i + \xi \frac{\partial G(U)}{\partial U_i} = 0 \\ &\xi_i = -\frac{\nabla^T G(U_i).U_i}{\nabla^T G(U_i).\nabla G(U_i)} \end{aligned} \quad (٧)$$

که در آن U_i نقطه‌ی طراحی و $\nabla G(U_i)$ بردار گرادیان تابع شرایط حدی در نقطه‌ی طراحی است. براساس روش‌های تکراری ریاضی، هدف کمینه کردن تابع f است لذا براساس یک الگوریتم بهینه‌سازی مقدار جدید بردار طراحی به‌صورت رابطه‌ی زیر نوشته می‌شود:

$$U_{k+1} = U_k + \alpha_k d_k \qquad (۸)$$

که در آن مقدار U_0 نقطه شروع تکرار U_{k+1} مقدار بردار طراحی در گام k+1، α_k طول گام و d_k بردار امتداد جستجو می‌باشد. در روش بهینه‌سازی تندترین کاهش برای جستجو در هر گام تکرار براساس بردار گرادیان قابل محاسبه است اما در روش گرادیان مزدوج برای جستجو به‌صورت غیرخطی بر مبنای بردار گرادیان قابل محاسبه است. روش گرادیان مزدوج یک روش کارا جهت تعیین مقدار بهینه توابع است [7,8]. یکی از ارکان اصلی همگرایی در این روش، تعیین جهت جستجوی مناسب می‌باشد. در صورتی که بردار امتداد جستجو صحیح محاسبه نشود این روش همگرا نمی‌شود و یا به نقطه کمینه‌ی موضعی همگرا می‌گردد [11]. افراد زیادی بر روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی مبنی بر بردار گرادیان تحقیق کرده‌اند [7-11]. در این روش بردار امتداد جستجو به‌صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$d_k = \begin{cases} -\nabla f(U_k) & k = 0 \\ -\nabla f(U_k) + \theta_k d_{k-1} & k \ge 1 \end{cases} \qquad (۹)$$

اختلاف روش‌های گرادیان مزدوج در محاسبه‌ی مقدار ضریب امتداد جستجوی θ_k می‌باشد که مقدار θ_k براساس روابط ارائه‌شده توسط Fletcher- Reeves (FR) و [7,11] به‌صورت زیر ارائه‌شده است

$$\theta_k^{FR} = \frac{|\nabla f(U_k)|^2}{|\nabla f(U_{k-1})|^2} \qquad (۱۰)$$

و برای روش Dai-Yuan (DY) به‌صورت زیر نوشته می‌شود [8,10,11].

$$\theta_k^{DY} = \frac{|\nabla f(U_k)|^2}{d_{k-1}^T[\nabla f(U_k) - \nabla f(U_{k-1})]} \qquad (۱۱)$$

براساس روابط فوق آنچه که در تعیین بردار امتداد جستجو مهم به‌نظر می‌آید، مقدار بردار گرادیان تابع هدف در نقطه‌ی طراحی است. لذا با توجه به روابط (۷ و ٦) مقدار بردار گرادیان تابع هدف به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

(۱۲)

$$\nabla f(U_k) = U_k - \left\{ \frac{(\nabla^T G(U_k)\ U_k)\nabla G(U_k)}{|\nabla G(U_k)|^2} \right\} \qquad (۱۲)$$

در هر تکرار گرادیان مزدوج بایستی طول گام به‌صورت بهینه انتخاب گردد تا نتایج همگرایی ثابتی از روش‌های بهینه‌سازی حاصل گردد. در این تحقیق از شرایط طول گام بر مبنای روابط ارائه‌شده توسط Wolfe در روش‌های FR و DY و هم‌چنین روش‌های تصحیح شده‌ی آن‌ها استفاده شده است [9,11-13]:

$$f(U + \alpha_k d_k) - f(U) \le \delta \alpha_k \nabla^T f(U_k) d_k \qquad (۱۳)$$

$$\nabla^T f(U_{k+1}) d_k \le -\sigma \nabla^T f(U_k) d_k \qquad (۱٤)$$

در آن $0 < \delta < \sigma < 1$ درنظر گرفته می‌شود. مقدار طول گام بر مبنای شرایط ارائه‌شده Wolfe مطابق روابط (۱٤ و ۱۳) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(U) = \frac{1}{2}(U^T U)^2 - \frac{\nabla^T G(U).U}{\nabla^T G(U).\nabla G(U)} G(U) \qquad (۱۷)$$

از آن‌جایی که تابع شرایط حدی $G(U)$ همواره برابر با صفر است لذا با جای‌گذاری رابطه‌ی فوق در معادله‌ی (۱۳) داریم که:

$$\beta_{k+1}^2 - \beta_k^2 \le 2\delta \alpha_k \nabla^T f(U_k) d_k \Rightarrow \alpha_k \ge \frac{\beta_{k+1}^2 - \beta_k^2}{2\delta \nabla^T f(U_k^*) d_k} \qquad (۱٦)$$

بسط تیلور تابع شرایط حدی حول مقدار جدید نقطه‌ی طراحی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$G(U_k^* + \alpha_k d_k) + \nabla^T G(U_k^* + \alpha_k d_k)\alpha_k d_k = 0 \qquad (۱۷)$$

براساس رابطه‌ی فوق مقدار بردار گرادیان حول نقطه‌ی جدید به‌صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$\nabla^T G(U_k^* + \alpha_k d_k) = -\frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k)}{\alpha_k |d_k|^2} d_k^T \qquad (۱۸)$$

با جای‌گذاری رابطه‌ی (۱۸) در معادله‌ی (۱٤) مقدار طول گام به‌صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k)}{\alpha_k} \le \sigma \nabla^T f(U_k) d_k \Rightarrow \alpha_k \ge \frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k)}{\sigma \nabla^T f(U_k) d_k} \qquad (۱۹)$$

از آن‌جایی که مقدار تابع شرایط حدی به‌ازای مقدار جدید بردار طراحی برابر با صفر است لذا طول گام بایستی همواره $\alpha_k \ge 0$ باشد.

روش اصلاح‌شده‌ی جدید جهت تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها

روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی به‌علت تجمع خطای حاصل در بردار امتداد جستجو ممکن است گاه در مسائل غیرخطی واگرا گردد. در این روش‌ها با توجه به این‌که، براساس مراحل قبلی بردار امتداد جستجو تعیین می‌گردد علاوه بر افزایش سرعت تحلیل مسأله ممکن است، ضریب بردار امتداد جستجوی نیز افزایش یابد($\theta_k > 10$). افزایش ضریب امتداد جستجو گاه موجب واگرایی مسائل قابلیت اعتماد می‌گردد. از این‌رو، در این تحقیق با تصحیح مناسب بردار امتداد جستجو، همگرایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی تضمین شده است. لذا یک روش ترکیبی جدید برای تصحیح بردار امتداد جستجو تعریف شده که محدودکننده‌ی مقدار ضریب امتداد جستجو در هر تکرار مزدوج می‌باشد. در این روش ضریب امتداد جستجو(θ_k) روش‌های FR و DY به‌صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌گردد:

$$\theta_k^M = \begin{cases} \theta_k & \text{if} \quad |\theta_k| \le c \\ 0 & \text{if} \quad |\theta_k| > c \end{cases} \qquad (۲۰)$$

در رابطه‌ی فوق c یک عدد مثبت صحیح می‌باشد (c>0) که توسط کاربر تعریف می‌گردد و با توجه به نوع مسأله مقدار آن متغیر است (نگارندگان مقدار c را برای مسائل قابلیت اعتماد عدد صحیحی بین ۱ تا ٦ پیشنهاد می‌کنند). نکته‌ی اساسی در نرخ همگرایی روش‌های گرادیان مزدوج مورد بررسی انتخاب این پارامتر است.

این محدودیت کنترل‌کننده‌ی بردار امتداد جستجوی مزدوج است. با افزایش ضریب بردار امتداد جستجو براساس تعریف گرادیان مزدوج غیرخطی ممکن است مسائل قابلیت اعتماد واگرا گردند اما کنترل بردار امتداد جستجو براساس ضریب مزدوج رابطه‌ی (۹) امکان‌پذیر است و امکان دارد که همگرایی مسأله را موجب شود. لذا با توجه روابط (۲۰ و ۹) می‌توان بردار امتداد جستجو را در رویه‌ی گرادیان مزدوج غیرخطی به‌صورت زیر بیان نمود:

$$d_k = \begin{cases} -\nabla f(U_k) & k = 0, |\theta_k| > c \\ -\nabla f(U_k) + \theta_k d_{k-1} & k \ge 1, |\theta_k| \le c \end{cases} \qquad (۲۱)$$

با توجه به روابط فوق، الگوریتم حل مسائل قابلیت اعتماد براساس روش جدید ارائه‌شده به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

۱- تعیین تابع شرایط حدی به‌صورت استاندارد.

۲- حدس مقادیر اولیه k=0 و بردار طراحی به‌صورت $x_1^* = [\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \mu_{x_3}, \ldots, \mu_{x_n}]^T$ و مقدار c.

۳- تصحیح متغیرهای طراحی براساس ارضای تابع شرایط حدی ($G(X) = 0$).

٤- محاسبه‌ی مقدار میانگین و انحراف معیار معادل متغیرهای تصادفی مطابق روابط (۵ و ٤).

۵- محاسبه‌ی بردار طراحی در فضای نرمال استاندارد مطابق رابطه‌ی (۱).

٦- محاسبه‌ی گرادیان تابع شرایط حدی در نقطه‌ی

طراحی ($\nabla G(U_k^*)$).

۷- محاسبه گرادیان تابع هدف مطابق با رابطه‌ی (۱۲).

۸- محاسبه‌ی مقدار ضریب طول گام روش FR مطابق رابطه‌ی (۱۰) و روش DY مطابق با رابطه‌ی (۱۱).

۹- محاسبه‌ی بردار امتداد جستجو مطابق رابطه‌ی (۲۱) اگر $|\theta_k| > c$ و k=0 آن‌گاه $d_k = -\nabla f(U_k)$ در غیر این صورت $d_k = -\nabla f(U_k) + \theta_k d_{k-1}$

۱۰- محاسبه‌ی طول گام مطابق با رابطه‌ی (۱۶).

۱۱-محاسبه‌ی مقدار جدید بردار طراحی مطابق با رابطه‌ی (۸).

۱۲-محاسبه‌ی مقدار شاخص قابلیت اعتماد به‌صورت $\beta_{k+1} = (U_{k+1}^T \times U_{k+1})^{1/2}$

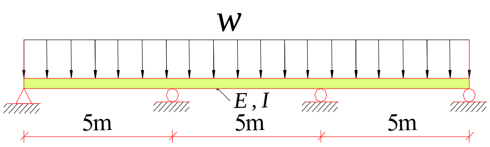
۱۳-کنترل همگرایی مسأله ($|\beta_{k+1} - \beta_k| \le 10^{-6}$) در صورت همگرا شدن توقف رویه‌ی تکرار.

۱٤-تعویض k=k+1 و بازگشت به مرحله‌ی ۳.

مثال‌های عددی

در این مقاله از پنج مثال سازه‌ای برای بررسی کارایی و توانایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی اصلاح‌شده استفاده شده است. برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد برنامه‌ای به زبان MATLAB تدوین شده است که توانایی تحلیل مسائل قابلیت اعتماد را با هر نوع تابع توزیع احتمال دارد. مقدار ضریب کنترل طول گام (c) برای روش‌های MFR و MDY به‌ترتیب برابر با ۱ و ۵ درنظر گرفته شده است.

مثال۱. مطابق با شکل (۱) تیر یک‌سره‌ی سه‌دهانه را با طول دهانه‌های مساوی برابر با ۵ متر تحت بار گسترده یکنواخت در نظر می‌گیریم [14].



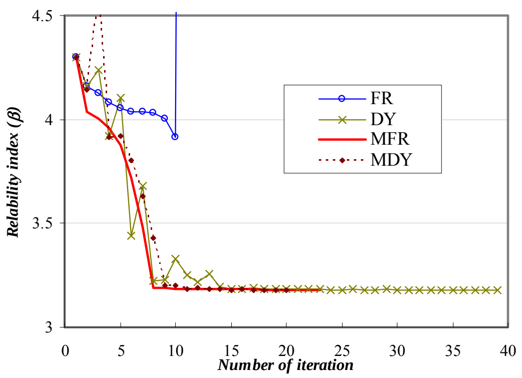
شکل ۲ تیر یک‌سره تحت بار گسترده‌ی یک‌نواخت

تابع شرایط حدی این تیر براساس شرایط بهره‌برداری جابه‌جایی با مقدار مجاز L/360 به‌صورت ذیل نوشته می‌شود [14]:

$$G\ (w,E,I) = \frac{L}{360} - 0.0069\frac{wL^4}{EI} \tag{۲۲}$$

این مسأله شامل ۳ متغیر تصادفی با تابع توزیع نرمال می‌باشد. بار گسترده روی تیر(W) با *میانگین* ۱۰KN/m و انحراف معیار ۰/٤KN/m، مدول الاسیسیته تیر (E) با میانگین 2×10^{7} KN/m^2 و انحراف معیار $0/5\times10^{7}$ KN/m^2 و ممان اینرسی مقطع تیر(I) با میانگین 8×10^{-4}m^4 و انحراف معیار $1/5\times10^{-4}$m^4 می‌باشد.

شکل (۳) تاریخچه‌ی همگرایی مثال (۱) را نشان می‌دهد. روش گرادیان FR در این مثال همگرا نشده است اما روش‌های اصلاح‌شده با تعداد تکرار کم‌تری نسبت به روش‌های قدیمی همگرا شده‌اند. مشخص است که روش‌های اصلاح‌شده با تعداد تکرار نزدیک به‌هم همگرا گردیده‌اند. مقدار نقاط طراحی مطابق با جدول (۱) به‌دست‌آمده است. نتایج نشان می‌دهد که نقاط طراحی دو روش ارائه‌شده اختلاف چندانی ندارد. در این جدول MFR و MDY به‌ترتیب بیانگر روش اصلاح‌شده FR و DY است.



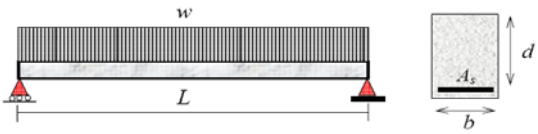
شکل ۳ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۱

جدول ۱ نقاط طراحی مثال ۱

متغیر	W	E	I
MFR	۱۰/۰۴۳۲۸	۴۳۶۹۴۵۳	۰/۰۰۰۷۱۴
MDY	۱۰/۰۴۳۶۴	۴۳۷۱۱۸۱	۰/۰۰۰۷۱۳

مثال۲. یک تیر بتن مسلح مطابق با شکل زیر را درنظر بگیرد.

براساس حداکثر ظرفیت خمشی در وسط دهانه‌ی وارد بر تیر تابع شرایط حدی ظرفیت مقطع نشان داده‌شده تعریف می‌گردد [15]:

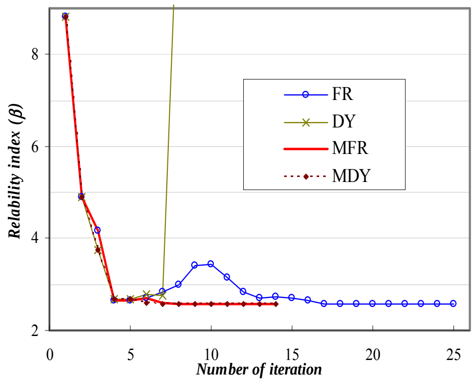


شکل ٤ تیر بتن مسلح مثال ۲

$$G(X) = A_s f_y (d - 0.59 \frac{A_s . f_y}{b . f_c}) - \frac{wl^2}{8} \qquad (۲۳)$$

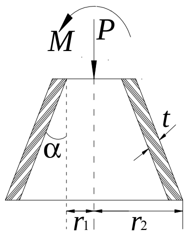
ایـن مسـأله شـامل ۷ متغیـر تصـادفی اسـت کـه خصوصـیات آمـاری آن‌هـا در جـدول (۲) درج شـده است.

در شکل (۵) و جدول (۳) بـه‌ترتیـب تاریخچـه‌ی همگرایی شاخص قابلیت اعتماد و مقدار نقاط طراحی به‌دست‌آمده در روش‌های پیشنهادی ارائـه‌شـده اسـت. شکل (۵) نشان می‌دهد که هر دو روش اصلاح‌شـده‌ی پیشنهادی در این مثال همگرا مـی‌گـردد. اگرچـه روش FR همگرا گردیده اما با تعداد تکرار بیش‌تری نسبت به روش اصلاح‌شده MFR همگرا شده است.



شکل ۵ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۲

مثال ۳. دودکـش‌هـای سـاختمانی سـازه‌ی مخروطـی شکل است که تحت بار محوری P و لنگر خمشـی M مطابق با شکل زیر می‌باشد.



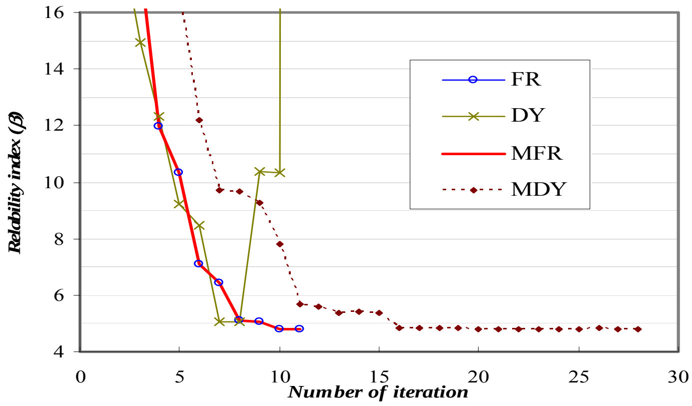
شکل ٦ سازه مخروطی مثال۳ [16]

عدم پایداری یکی از عواملی اسـت کـه مـی‌توانـد موجب خرابی این سـازه گـردد. لـذا براسـاس تحلیـل پوسته‌ها و امکان کمانش پوسـته، تـابع شـرایط حـدی خرابی آن را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود [16]:

$$G(M,P) = 1 - \frac{\sqrt{3(1-v^2)}}{\pi E t^2 \cos^2 \alpha} \times (\frac{P}{2\gamma} + \frac{M}{\eta r_1}) \qquad (۲٤)$$

که در آن ضـرایب γ و η بـه‌ترتیـب ضـریب تطبیـق نیروی محوری و لنگر خمشی بین نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی است و برابر با ۰/۳۳ و ۰/٤۱ ارائـه‌شـده اسـت [16] و v ضریب پواسون برابر بـا ۰/۳ مـی‌باشـد. ایـن مسأله دارای ٦ متغیر تصادفی نرمال غیر وابسته می‌باشد که خصوصیات آماری آن‌ها در جـدول (٤) ارائـه‌شـده است.

شکل (۷) نتایج مربوط بـه تاریخچـه‌ی همگرایـی شاخص قابلیت اعتماد مثال (۳) را نشان می‌دهد در این مثال روش‌های FR و اصلاح‌شده FR بـا تعـداد تکـرار برابر همگرا شده‌اند. روش‌های اصلاح‌شـده FR و DY در این مثال همگرا شده‌انـد امـا روش MFR بـا تعـداد تکرار کم‌تری نسبت به روش MDY همگرا شده است. جدول (۵) نتایج مربوط به نقاط طراحی مثال (۳) بعـد از همگرا شدن روش‌های پیشنهادی را نشان مـی‌دهـد. این روش‌ها توانایی تحلیـل مسـائل قابلیـت اعتماد را دارد کـه بـا کنتـرل ضـریب گرادیـان مـزدوج حاصـل می‌گردد.



شکل ۷ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۳

جدول ۲ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۲

متغیر	A_s(mm2)	f_y (MPa)	f_c (MPa)	b(mm)	d(mm)	L(mm)	w(N/mm)
توزیع	نرمال	لوگ-نرمال	لوگ-نرمال	نرمال	نرمال	نرمال	گامبل
میانگین	۲۵۰۰	۳۵۰	۲۵	۳۵۰	۵۰۰	۵۰۰۰	۶۰
انحراف معیار	۲۵۰	۳۵	۳/۷۵	۳۵	۵۰	۵۰۰	۷/۲

جدول ۳ نقاط طراحی مثال ۲

متغیر	w(N/mm)	L(mm)	d(mm)	b(mm)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	A_s(mm2)
MFR	۶۷/۲۱۴۷	۵۸۰۶/۳۱۹	۴۳۹/۲۶۶	۳۴۵/۵۳۹	۲۴/۰۴۰۸	۳۲۱/۲۳۲	۲۲۷۶/۵۷۲
MDY	۶۷/۲۱۹۳	۵۸۰۷/۷۰۹	۴۳۹/۴۷۴	۳۴۵/۵۴۳	۲۴/۰۴۱۴	۳۲۱/۱۹۸	۲۲۷۶/۸۲۶

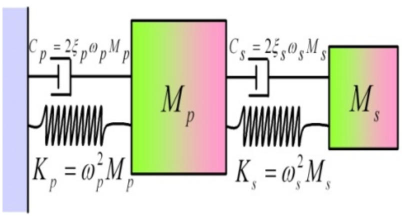
جدول ۴ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۳

متغیر	E(MPa)	t (m)	α (rad)	r_1 (m)	M (N- m)	P(N)
میانگین	۷۰۰۰۰	۰/۰۰۲۵	۰/۵۲۴	۰/۹	۸۰۰۰۰	۷۰۰۰۰
ضریب تغییرات	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۲	۰/۰۲۵	۰/۰۸	۰/۰۸

جدول ۵ نقاط طراحی مثال ۳

متغیر	E(MPa)	t (m)	α (rad)	r_1 (m)	M (N- m)	P(N)
MFR	۶۴۱۲۶/۳۶	۰/۰۰۱۹۹	۰/۵۲۸۱۸	۰/۸۸۷۵۲	۹۰۰۵۷/۲۸	۷۴۳۵۱/۵۵
MDY	۶۴۱۸۲/۲۹	۰/۰۰۱۹۸۹	۰/۵۲۸۱۵	۰/۸۸۷۲۱	۹۰۱۷۱/۹۲	۷۴۱۴۱/۵۱

مثال ۴. مطابق با سیستم دو درجه آزادی نشان داده‌شده در شکل (۸) خواص آن به‌صورت جرم‌های متمرکز M_p و M_s، سختی فنرهای K_p و K_s، فرکانس‌های طبیعی $\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_p}}$ و $\omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}$ و ضرایب میرایی ξ_p و ξ_s تعریف می‌گردد که اندیس‌های p و s به‌ترتیب به اولین و دومین جداساز بر می‌گردد.



شکل ۸ نمایش سیستم دو درجه آزادی مثال ۴

میانگین توان دوم جابه‌جایی فنر دومی این سیستم دو درجه آزادی به‌صورت زیر حاصل شده است [17]:

$$E[x_s^2]=\frac{\pi S_0}{4\xi_s\omega_s}\left[\frac{\xi_a\xi_s}{\xi_p\xi_s(4\xi_a^2+\theta^2)+\gamma\xi_a^2}\times\frac{(\xi_p\omega_p^3+\xi_s\omega_s^3)\omega_p}{4\xi_a\omega_a^4}\right] \quad (۲۵)$$

که در آن S_0 تابع چگالی نویز سفید است، $\gamma=\frac{M_s}{M_p}$ ضریب جرم و $\omega_a=\frac{\omega_p+\omega_s}{2}$ میانگین فرکانسی و $\xi_a=\frac{\xi_p+\xi_s}{2}$ میانگین ضریب میرایی دو سیستم است و θ یک پارامتر تعدیل است که به‌صورت $\theta=\frac{\omega_p-\omega_s}{\omega_a}$ تعریف می‌گردد [17]. تابع شرایط حدی براساس نیروی حداکثر فنر جرم دومی به‌صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$G(F)=Fs-Ks\times P(E[x_s^2])^{1/2} \quad (۲۶)$$

که در آن P ضریب بزرگ‌نمایی است و مقدار آن را برابر با ۳ در نظر می‌گیریم. این مثال شامل ۸ متغیر تصادفی لوگ–نرمال غیر وابسته است که خصوصیات آماری آن‌ها در جدول زیر ارائه‌شده‌است.

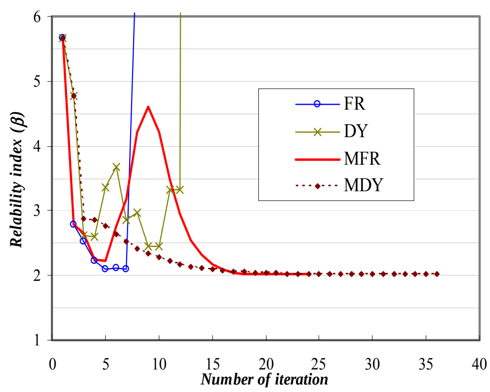
شکل (۹) و جدول (۷) به‌ترتیب تاریخچه‌ی همگرایی و مقدار نقاط طراحی همگرا شده در برنامه‌ی کامپیوتری را نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۹) مشاهده می‌شود که روش‌های FR و DY همگرا نشده‌اند ولی هر دو روش جدید اصلاح‌شده MFR و MDY همگرا گردیده‌اند. این مثال کارایی روش‌های پیشنهادی را نشان می‌دهد به‌طوری که روش‌های اصلاح‌شده‌ی پیشنهادی با مقدار بردار طراحی نزدیک به‌هم همگرا شده‌اند. اما سرعت همگرایی روش MFR نسبت به روش MDY بیش‌تر است زیرا با تعداد تکراری کم‌تری همگرا شده است.

جدول ٦ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ٤

متغیر	M_p	M_s	K_p	K_s	ξ_p	ξ_s	F_s	S_0
میانگین	۱	۰/۰۱	۱	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۰۲	۱۵	۱۰۰
انحراف معیار	۰/۱	۰/۰۰۱	۰/۲	۰/۰۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱	۱/۵	۱۰

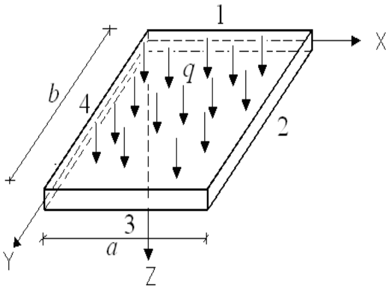
جدول ۷ نقاط طراحی مثال ٤

متغیر	M_p	M_s	K_p	K_s	ξ_p	ξ_s	S_0	F_s
MFR	۱/۰۰۱۸۰	۰/۰۱۰۰۹	۱/۱۰۱۵	۰/۰۱۱۱٤	۰/۰۲۷۹۸	۰/۰۱۲۱۱	۱۰۳/۷۰	۱۳/۷۳۱
MDY	۱/۰۰۱۷۵	۰/۰۱۰۰۹	۱/۱۰۰۷	۰/۰۱۱۱٤	۰/۰۲۸۰٦	۰/۰۱۲۱۳	۱۰۳/٦۷	۱۳/۷۰۰



شکل ۹ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ٤

مثال ۵. در این مثال یک صفحه‌ی مستطیلی ایزوتروپ را مطابق با شکل زیر تحت بار گسترده q را درنظر بگیرید.



شکل ۱۰ نمایش صفحه‌ی مستطیلی با شرایط انتهایی ۱-۲-۳-٤

براساس تئوری ورق‌های نازک معادله‌ی حاکم بر خمش صفحه به‌صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌گردد [18]:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x \partial^2 y}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)=q \qquad (۲۷)$$
$$D=\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

که در رابطه‌ی فوق w جابه‌جایی در جهت z صفحه تحت بار خارجی q و D نشان‌دهنده‌ی سختی صفحه، E مدول ارتجاعی، t ضخامت ورق و v ضریب پواسون است. با استفاده از تکنیک‌های حل صفحات [16] جابه‌جایی آن را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$w=\alpha\frac{qa^4}{D} \qquad (۲۸)$$

ضریب α مقداری است که براساس حل دقیق صفحه با در نظر گرفتن شرایط تکیه‌گاهی متفاوت محاسبه می‌شود [18]. با استفاده از رابطه‌ی (۲۸) تابع شرایط حدی صفحه را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$G(w)=\frac{a}{360}-\alpha\frac{qa^4}{D} \qquad (۲۹)$$

که بر مبنای حل ورق با شرایط مرزی مفصلی-گیردار و مفصلی-آزاد، مقدار محدودکننده جابه‌جایی در وسط لبه‌ی آزاد معادل a/360 بیان می‌گردد. مشخصات آماری پارامترهای مختلف متغیر تصادفی در جدول (۸) ارائه‌شده است.

مقدار همگرا شده‌ی بردار طراحی برای روش‌های اصلاح‌شده‌ی گرادیان مزدوج غیرخطی مطابق با جدول (۹) می‌باشد.

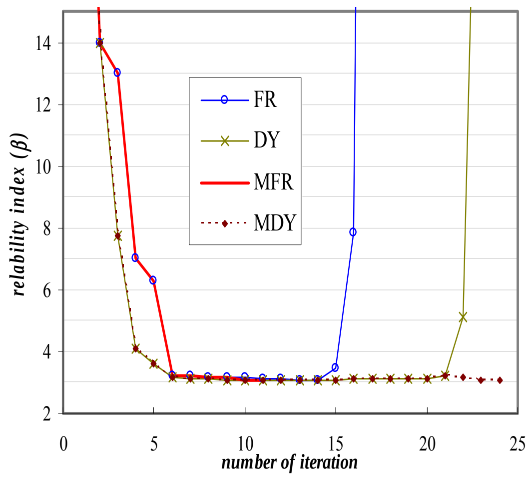
شکل (۱۱) تاریخچه‌ی همگرایی شاخص قابلیت اعتماد مثال (۵) را نشان می‌دهد. در این شکل تاریخچه‌ی همگرایی روش‌های FR و MFR تا ۱٤ تکرار و DY و MDY تا ۲۱ تکرار مطابق هم می‌باشد اما به‌علت تجمع خطا در بردار جستجوی امتداد و نیز معیار همگرایی درنظر گرفته‌شده دو روش FR و DY همگرا نشده و ناگهان واگرا می‌گردند ولی روش‌های اصلاح‌شده MFR و MDY همگرایی خود را حفظ می‌نمایند. در این مثال پایداری حل دو روش پیشنهادی نشان داده شده است.

جدول ۸ خواص آماری متغیرهای تصادفی مثال ۵

متغیر	α	a(m)	$q(N/m^2)$	$E(N/m^2)$	t(m)	v
توزیع	لوگ-نرمال	نرمال	لوگ-نرمال	نرمال	نرمال	لوگ-نرمال
میانگین	۰/۰۱۱۲۳٦	۳	۵۰۰۰	۲×۱۰^{۱۱}	۰/۰۵	۰/۳
ضریب تغییرات	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۰۵

جدول ۹ نقاط طراحی مثال ۵

متغیر	α	a(m)	q(N/m²)	E(N/m²)	t(m)	v
MFR	۰/۲۹۸۶۹	۳/٤۸٥۲	٥۳۰۱/۱۸	۱/۸۷۹۳ × ۱۰[۱۱]	۰/۰۳۷٦۹	۰/۰۱۱۳۹٥
MDY	۰/۲۹۸۷۳	۳/٤۸۲۰	٥۲۸۷/۳۸	۱/۸۸٥۱ × ۱۰[۱۱]	۰/۰۳۷٥۸	۰/۰۱۱۳۹۰



شکل ۱۱ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ٥

با توجه به این‌که ضریب c پارامتر مؤثری در روش‌های اصلاح‌شده‌ی مطرح است، در جدول (۱۰) مقایسه‌ای از حساسیت همگرایی روش‌های ارائه‌شده به پارامتر c برای مثال‌های مورد بررسی ارائه‌شده است. روش پیشنهادی MFR به‌ازای مقدار c برابر با ۱ با تعداد تکرار کم‌تری نسبت به سایر مقادیر c در مثال‌های مورد بررسی همگرا شده است. در این روش با افزایش ضریب c از ۱ تا ۳ تعداد تکرار جهت همگرایی افزایش می‌یابد، به‌طوری که برای مثال (٤) به‌ازای ضریب c بزرگ‌تر از ۳ همگرا نشده اما در سایر مثال‌ها با تعداد تکرار و مقدار شاخص قابلیت اعتماد یکسان همگرا شده است. به‌نظر می‌رسد که روش اصلاح‌شده FR با افزایش ضریب c (c>3) موجب واگرایی و یا افزایش تعداد تکرار گردد. محدود کردن بیش‌تر بردار امتداد جستجو در روش FR موجب می‌گردد که ماهیت آن به روش گرادیان شبیه گردد.

روش MDY به‌ازای ضریب c ٥ و ٦ برای عمده مثال‌های مورد بررسی با تعداد تکرار برابر همگرا شده است. این روش به‌ازای ضریب c کم‌تر از ٤ بسیار حساس است به‌طوری که در مثال (٥) کم‌ترین و بیش‌ترین تعداد تکرار به‌ترتیب در مقدار c برابر ۲ و ۱ نتیجه شده است. بعضی اوقات در این روش با افزایش مقدار c تعداد تکرار کاهش می‌یابد مثال (٤ و ۳) اما در مثال (۱) عکس آن نتیجه شده است.

به‌طور کلی برای دو روش ارائه‌شده MFR و MDY بررسی مقدار ضریب کنترل بین ۱ تا ۳ پیشنهاد می‌گردد که این مثال‌ها، منجر به همگرایی گردیده‌اند. میانگین تعداد تکرار دو روش گرادیان مزدوج اصلاح‌شده (٥/تعداد تکرار (MFR و Σ(MDY) به ازای ضریب کنترل یک، کم‌تر از سایر ضرایب کنترل نتیجه شده است. از این‌رو، بهترین ضریب کنترل انتخابی برای هر دو روش گرادیان مزدوج اصلاح‌شده (MFR و MDY) برابر با یک است.

در جدول (۱۱) مقایسه‌ای از شاخص قابلیت اعتماد روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی و نرم‌افزار FERUM [19] ارائه‌شده است. همان طوری که قبلاً ذکر شد مقدار c به‌ازای روش‌های اصلاح‌شده MFR و MDY به‌ترتیب برابر با ۱ و ٥ درنظر گرفته شده است. اختلاف مقدار همگرا شده‌ی شاخص قابلیت اعتماد روش‌های ارائه‌شده، بسیار ناچیز است به‌طوری که بیش‌ترین اختلاف بین آن‌ها در مثال (٥) در حدود

۰/۰۵ درصد نتیجه شده است و این امر کارایی و پایداری حل روش‌های ارائه‌شده‌ی جدید گرادیان مزدوج غیرخطی را نشان می‌دهد. عمدتاً در مثال‌های مورد بررسی می‌توان بیان نمود که روش FR نسبت به روش DY از کارایی و توانایی بیش‌تری برخوردار بوده است زیرا روش FR در مثال‌های (۳ و ۲) همگرا شده است ولی روش DY در ۱ مثال. الگوریتم گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه‌شده می‌تواند به‌عنوان یک روش کارا و توانمند برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها مورد استفاده قرار گیرد به‌طوری که شاخص قابلیت اعتماد حاصل از تحلیل به‌کمک الگوریتم ارائه‌شده با نتایج نرم‌افزار FERUM اختلافی ندارد. هم‌چنین روش‌های ارائه‌شده در این مقاله کارایی، توانایی و نیز دقت مناسبی در مقایسه با روش‌های FR و DY در تحلیل قابلیت اعتماد دارند. به‌علاوه نتایج حاکی از آن است که روش MFR نسبت به روش MDY در عمده مثال‌های مورد بررسی با تعداد تکرار کم‌تری همگرا شده است.

جدول ۱۰ مقایسه‌ی حساسیت تحلیل قابلیت اعتماد روش‌های MFR و MDY به پارامتر c در مثال‌های مورد بررسی

مثال	روش	معیارهای مقایسه	c					
			۱	۲	۳	٤	٥	٦
#۱	MFR	β	٣/١٨٠٤٦٦	٣/١٨٠٥١٨	٣/١٨٠٥١٨	٣/١٨٠٥١٨	٣/١٨٠٥١٨	٣/١٨٠٥١٨
		تعداد تکرار	٢٣	٣٢	٣٢	٣٢	٣٢	٣٢
	MDY	β	٣/١٨٠٦٧٨	٣/١٨٠٦٧٨	٣/١٨٠٥٥٩	٣/١٨٠٥٥٩	٣/١٨٠٥٥٩	٣/١٨٠٥٥٩
		تعداد تکرار	١٧	١٧	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
#۲	MFR	β	٢/٥٦٦٣٩٣	٢/٥٦٦٤٢٥	٢/٥٦٦٤٨٨	٢/٥٦٦٤٨٨	٢/٥٦٦٤٨٨	٢/٥٦٦٤٨٨
		تعداد تکرار	١٤	١٨	٢٥	٢٥	٢٥	٢٥
	MDY	β	٢/٥٦٦٣٨٧	٢/٥٦٦٣٨٧	٢/٥٦٦٣٨٧	٢/٥٦٦٣٨٧	٢/٥٦٦٣٨٧	٢/٥٦٦٣٨٧
		تعداد تکرار	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤
#۳	MFR	β	٤/٧٩٨١٨٣	٤/٧٩٨١٨٣	٤/٧٩٨١٨٣	٤/٧٩٨١٨٣	٤/٧٩٨١٨٣	٤/٧٩٨١٨٣
		تعداد تکرار	١١	١١	١١	١١	١١	١١
	MDY	β	٤/٧٩٨٥٠٤	٤/٧٩٦٥٧٧	٤/٧٩٨٨٣٩	٤/٧٩٨٥٤٦	٤/٧٩٨٥٤٦	٤/٧٩٨٥٤٦
		تعداد تکرار	٤٢	٤٢	٤٢	٣٦	٣٦	٣٦
#٤	MFR	β	٢/٠١٦٤٩	٢/٠١٦٥٣١	٢/٠١٦٤٩	همگرا نشد	همگرا نشد	همگرا نشد
		تعداد تکرار	٢٤	١٧٧	٢١٩	---	---	---
	MDY	β	٢/٠١٦٧٤١	٢/٠١٦٧٤١	٢/٠١٦٧٤١	٢/٠١٦٧٤٢	٢/٠١٦٧٤٢	٢/٠١٦٧٤٢
		تعداد تکرار	٤٢	٤٢	٤٢	٣٦	٣٦	٣٦
#٥	MFR	β	٣/٠٨٩٥٥٧	٣/٠٩٠٤٤٨	٣/٠٨٩٣٤١	٣/٠٨٩٣٤١	٣/٠٨٩٣٤١	٣/٠٨٩٣٤١
		تعداد تکرار	١١	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨
	MDY	β	٣/٠٨٨٧٦	٣/٠٨٨٩٩٢	٣/٠٨٩٨٥٨	٣/٠٨٨٧٧١	٣/٠٩١١٠٩	٣/٠٩١١٠٩
		تعداد تکرار	٨٨	١٤	٦٨	٣٨	٢٤	٢٤

جدول ۱۱ مقایسه‌ی شاخص قابلیت اعتماد روش‌های گرادیان مزدوج ((MFR(c=1 و (MDY(c=5)

روش	۱# مثال	۲# مثال	۳# مثال	۴# مثال	۵# مثال
MFR	۳/۱۸۰۴۶۶	۲/۵۶۶۳۹۳	۴/۷۹۸۱۸۳	۲/۰۱۶۴۹	۳/۰۸۹۵۵۷
FR	همگرا نشد	۲/۵۶۶۴۸۸	۴/۷۹۸۱۸۳	همگرا نشد	همگرا نشد
MDY	۳/۱۸۰۵۵۹	۲/۵۶۶۳۸۷	۴/۷۹۸۵۴۶	۲/۰۱۶۷۴۲	۳/۰۹۱۱۰۹
DY	۳/۱۸۰۴۸۴	همگرا نشد	همگرا نشد	همگرا نشد	همگرا نشد
FERUM	۳/۱۸۰۴۶۳	۲/۳۳۴۸۲۰	۴/۹۲۳۶۲۴	۱/۹۵۱۳۳۹	۳/۰۸۸۷۰۵

خلاصه و نتیجه‌گیری

در این مقاله دو نوع روش گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه‌شده است و توانایی آن‌ها را در تحلیل مسائل قابلیت اعتماد براساس چندین مثال مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که روش FR نسبت به روش DY از کارایی و سرعت همگرایی بیش‌تری برخوردار است اما این روش‌ها ممکن است در برخی از مسائل پیچیده با تابع شرایط حدی غیرخطی همگرا نشوند. از این‌رو، روش‌های FR و DY نیاز به اصلاح دارد که در این مقاله دو روش اصلاح‌شده تحت عنوان MFR و MDY معرفی گردیده است. این روش‌های جدید بر مبنای محدودیت پارامتر مقدار طول گام (c)، استوار اند و این پارامتر برای مثال‌های مختلف سازه‌ای، مورد ارزیابی قرارگرفته است. نتایج حاکی از آن است که به‌ترین مقدار ضریب کنترل طول گام (c) برای روش MFR برابر با ۱ است که به‌ازای این مقدار کم‌ترین تعداد تکرار برای تمامی مثال‌های مورد بررسی، حاصل شده است. برای روش MDY مقدار c برابر با ۵ پیشنهاد می‌شود که به‌ازای این مقدار تعداد تکرار برای همگرایی از ثبات بیش‌تری نسبت به مقادیر c بین ۱ تا ۳ برخوردار است. به‌علاوه کارایی روش MFR نسبت به روش MDY بیش‌تر می‌باشد زیرا در عمده مثال‌های مورد بررسی با تعداد تکرار کم‌تری همگرا شده است.

مراجع

1. Hasofer, A. M. and Lind, N. C., "Exact and invariant second moment code format", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 100(EM1), Vol. 111, No. 21, (1974).
2. Dhillon, B.S., "Reliability Quality, and Safety for Engineers", CRC Pres, (2005).
3. Rackwitz, R. and Fiessler, B., "Structural reliability under combined load sequences", Computers and Structures, Vol. 9, pp.489–494 (1978).
4. Liu, P. L. and Kiureghian, A. D., "Optimization algorithms for structural reliability", Structural Safety, Vol. 9, No. 3, pp. 161–78, (1991).
5. Lee, J-O., Yang, Y-S. and Ruy, W-S., "A comparative study on reliability-index and target-

performance-based probabilistic structural design optimization", *Computers and Structures*, Vol. 80, pp. 257–269, (2002).

6. Cheng, G., Xu. L. and Jiang. L., "A sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization", *Computers and Structures*, Vol. 84, pp. 1353–1367, (2006).
7. Fletcher, R. and Reeves, C., "Function minimization by conjugate gradients", *Computer journal*, Vol. 7, pp. 149–154, (1964).
8. Dai. Y. H. and Yuan Y., "A nonlinear conjugate gradient method with a strong global convergence property", *Journal on Optimization*, Vol. 10, No. 1, pp. 177-182, (1999).
9. Rao, S. S., "Engineering optimization, theory and practice", Wiley, New York, 1996
10. Shi, Z. J. and Guo. J., "A new algorithm of nonlinear conjugate gradient method with strong convergence", *Computational and Applied Mathematics*, Vol. 27, No. 1, pp. 93-106, (2008).
11. Dai, Y.H. and Yuan, Y., "Nonlinear Conjugate Gradient Methods", Shanghai Science and Technology Press, Shanghai, (2000).
12. Dai, Y.H., Han, J.Y., Liu, G.H., Sun, D.F., Yin, H.X. and Yuan, Y., "Convergence properties of nonlinear conjugate gradient methods", *Journal on Optimization*, Vol. 10, pp. 345–358, (2000).
13. Zhang, J., Xiao, Y., Zengxin, W., "Nonlinear Conjugate Gradient Methods with sufficient descent condition for large-scale unconstrained optimization", Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering, (2009).
14. Nowak, A. S. and Collins, K. R. "Reliability of Structures", McGraw-Hill, (2000).
15. Castel, A., François, R. and Arliguie, G., "Mechanical behaviour of a reinforced concrete beams damaged by reinforcement steel corrosion – Part1: Experimental study of corroded beams", material structure, Vol. 33, No. 233, pp. 539-544, (2000).
16. Elegbede, C., "Structural reliability assessment based on particles swarm optimization", Structural Safety, Vol. 27, PP. 171–186, (2005).
17. Kiureghian A. D. and Stefano. M. D., "Efficient algorithm for second-order reliability analysis", *Journal of engineering mechanics*, Vol. 117, No. 12, pp. 2904-2923, (1991).
18. Bhaskar, K. and Sivaram, A., "Untruncated infinite series superposition method for accurate flexural analysis of isotropic/orthotropic rectangular plates with arbitrary edge conditions", Composite Structures, Vol. 83, pp. 83–92, (2008).
19. Kiureghian, A. D., Haukaas, T. and Fujimura, K., "Structural reliability at the University of California, Berkeley", structural safety, Vol. 28, pp. 44-67, (2006).